Esercizio compito 1,5

$X \sim N(\mu = 500, \sigma = 100)$

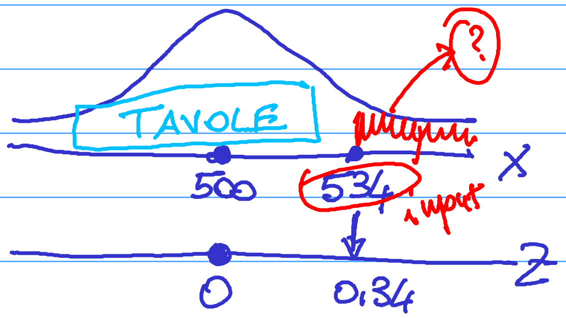
↓ punteggio test ammissione

• punteggio ingresso 534

(a) – % di studenti che riesce ad entrare al college

prob. che uno studente selezionato a caso sia ammesso

$$P(X > 534) = P\left(\overset{Z}{\frac{X-\mu}{\sigma}} > \frac{534-500}{100}\right) =$$



$$= P(Z > 0{,}34) =$$

$$= 1 - P(Z \le 0{,}34) =$$

$$= 1 - \text{valore tavola in } 0{,}34 =$$

$$= 1 - 0{,}63307$$

(b) % studenti con punteggio uguale alla media

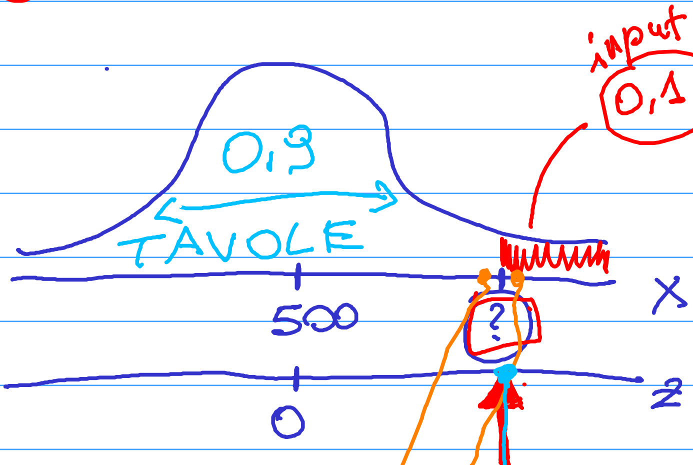
prob. che estraendo uno studente a caso questi abbia ottenuto un punteggio uguale alla media

$$P(X = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{qualunque valore}}}{x}) = P(X = 500) = 0$$

$$\frac{1000 \text{ n. studenti}}{10000 \text{ domande}} = 0{,}1$$

(c) Tenendo conto che per il prossimo anno ci sono state 10000 domande e che ci sono solo 1000 posti disponibili, a quale valore dovrebbe essere fissata la soglia di ammissione?

fissare in maniera che venga superata solo da 100 studenti



$$P(z \le 1{,}28) = 0{,}89973$$

$$P(z \le 1{,}29) = 0{,}90147$$

$$\Rightarrow P(z \le \boxed{1{,}285}) \approx 0{,}9$$

90° percentile z

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} \Rightarrow x = \mu + z\sigma =$$

$$= 500 + 1{,}285 \times 100$$

ESERCIZIO 2

Si consideri l'esperimento consistente nel lancio simultaneo di due monete. Calcolare la probabilità dei seguenti eventi:

- nessuna croce
- nessuna testa
- una testa
- almeno una testa
- non più di una testa
- non meno di una testa

$$P\left(\begin{matrix}\text{nessuna}\\ \text{testa}\end{matrix}\right) \equiv \boxed{P\left(\begin{matrix}\text{nessuna}\\ \text{croce}\end{matrix}\right) =}$$

$$= P(\overline{T}_1 \wedge \overline{T}_2) = P(\underbrace{C_1 \wedge C_2}_{\text{eventi indipendenti}}) =$$

$$= P(C_1)\,P(C_2) = 0{,}5^2 = 0{,}25$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{una testa}\\ \text{su due lanci}\end{matrix}\right) = P\{\underbrace{(T_1 \wedge C_2) \cup (C_1 \wedge T_2)}_{\text{ev. incompatibili}}\} =$$

$$= P(\underbrace{T_1 \wedge C_2}_{\text{ev. indip.}}) + P(\underbrace{C_1 \wedge T_2}_{\text{ev. indip.}}) = P(T_1)P(C_2) + P(C_1)P(T_2) =$$

$$= 2 \times 0{,}5^2 = 2 \times 0{,}25 = 0{,}5$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{almeno}\\ 1\ T\end{matrix}\right) = P\{(1\ \text{testa}) \cup (2\ \text{teste})\}$$

$$(T_1 \wedge C_2) \cup (C_1 \wedge T_2) \cup (T_1 \wedge T_2)$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{non più}\\ \text{di } 1\ T\end{matrix}\right) = P\{\underbrace{(0\ \text{teste})}_{C_1 \wedge C_2} \cup (1\ \text{testa})\}$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{non meno}\\ \text{di } 1\ \text{testa}\end{matrix}\right) \equiv P\left(\begin{matrix}\text{almeno}\\ 1\ \text{testa}\end{matrix}\right)$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{al più}\\ 1\ \text{testa}\end{matrix}\right) \equiv P\left(\begin{matrix}\text{non più}\\ \text{di } 1\ T\end{matrix}\right)$$

Si consideri la seguente tabella a doppia entrata riportante i dati relativi ad un campione di pazienti affetti da una data patologia distinti per gravità della patologia e per sesso:

gravità patologia	Sesso: Femmina	Sesso: Maschio	
Bassa	9	4	13
Media	2	13	15
Alta	3	9	12
	14	26	40

distrib. marginale patologia

distrib. marginale sesso

Calcolare la probabilità che estraendo a caso un soggetto, questi sia affetto da una gravità alta della patologia

- Calcolare la probabilità che estraendo a caso un soggetto, questi sia un uomo
- Calcolare la probabilità che estraendo a caso un uomo, questi sia affetto da una gravità alta della patologia
- Calcolare la probabilità che estraendo a caso un soggetto affetto da una gravità alta della patologia, questi sia un uomo
- Calcolare la probabilità che estraendo a caso un soggetto, questi sia un uomo affetto da una gravità alta della patologia

$$P(\text{Gravità ALTA}) = \frac{12}{40}$$ freq. relativa

$$P(\text{Uomo}) = \frac{26}{40}$$

MEMO

$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

$$P(G.A \cap M) = \frac{9}{40}$$

$$P(G_r.A \mid M) = \frac{9}{26} = \frac{P(G_r.A. \cap M)}{P(M)} = \frac{9/\cancel{40}}{26/\cancel{40}}$$

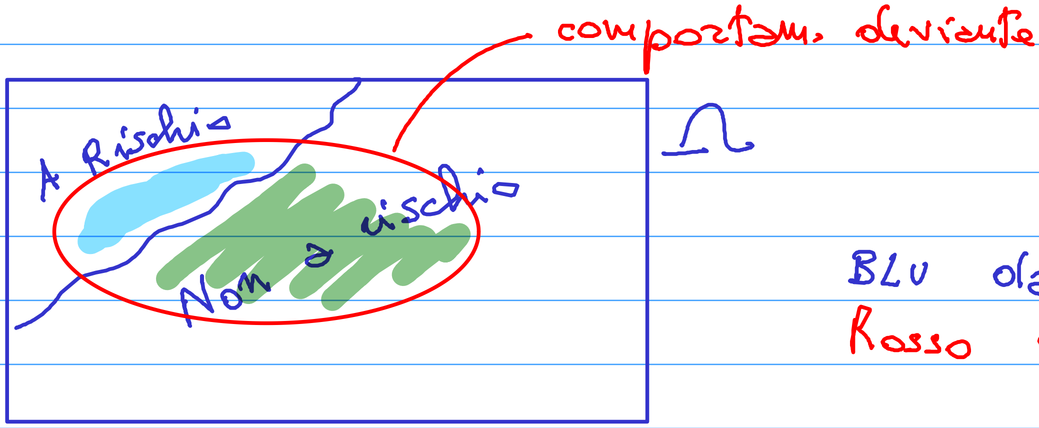
$$P(M \mid G_r.A) = \frac{9}{12}$$

Domanda: M e Gravità solo ~~indip.~~ ?

$$P(M \cap \text{Gravità alta}) \overset{?}{=} P(M)\,P(G_r.\text{Alta})$$

$$\frac{9}{40} \;\cancel{\overset{?}{=}}\; \frac{26}{40} \times \frac{12}{40}$$

Uno psicologo che lavora con i minori ritiene che le persone si possano suddividere in due classi: quelle a rischio (ovvero predisposte ad essere coinvolte in comportamenti devianti) e quelle non a rischio. I dati indicano che, nel periodo di un anno, la probabilità che una persona a rischio avrà un comportamento deviante è pari a 0.1 mentre per gli altri tale probabilità vale 0.05. Dall'analisi dei dati storici lo psicologo ritiene che chi si rivolta al suo centro di ascolto sia un soggetto a rischio con probabilità 0.2. Calcolare la probabilità che un minore abbia un comportamento deviante durante il primo anno



BLU dati
Rosso quelli impliciti

$$P\left(\begin{array}{c}\text{soggetto}\\ \text{a rischio}\end{array}\right) = 0{,}2 \qquad \boxed{P\left(\begin{array}{c}\text{soggetto non}\\ \text{a rischio}\end{array}\right) = 0{,}8}$$

$$P\left(\begin{array}{c}\text{comport.}\\ \text{deviante}\end{array}\middle|\begin{array}{c}\text{soggetto}\\ \text{a rischio}\end{array}\right) = 0{,}1 \qquad P\left(\begin{array}{c}\text{comport.}\\ \text{deviante}\end{array}\middle|\begin{array}{c}\text{soggetto}\\ \text{non a}\\ \text{rischio}\end{array}\right) = 0{,}05$$

$$P\left(\begin{array}{c}\text{comport.}\\ \text{non deviante}\end{array}\middle|\begin{array}{c}\text{soggetto}\\ \text{a rischio}\end{array}\right) = 0{,}9 \qquad P\left(\begin{array}{c}\text{comp.}\\ \text{non}\\ \text{deviante}\end{array}\middle|\begin{array}{c}\text{soggetto}\\ \text{non a}\\ \text{rischio}\end{array}\right) = 0{,}95$$

1 1

$$\boxed{P(A \mid B) + P(\bar{A} \mid B) = 1} \quad \text{Nota}$$

$$P\left(\begin{array}{c}\text{comp.}\\ \text{deviante}\end{array}\right) = P\left\{\underbrace{\left(\begin{array}{c}\text{comp.}\\ \text{deviante}\end{array} \cap \begin{array}{c}\text{soggetto}\\ \text{rischio}\end{array}\right) \cup \left(\begin{array}{c}\text{comp.}\\ \text{deviante}\end{array} \cap \begin{array}{c}\text{soggetto}\\ \text{non a}\\ \text{rischio}\end{array}\right)}_{\text{III assioma (incomp.)}}\right\} =$$

$$= P(CD \cap SR) + P(CD \cap SNR) =$$

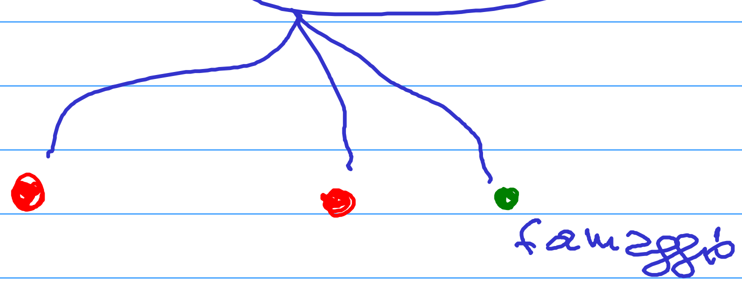
$$= P(CD \mid SR)\,P(SR) + P(CD \mid SNR)\,P(SNR) =$$

$$= 0{,}1 \times 0{,}2 + 0{,}05 \times 0{,}8$$

In un esperimento di laboratorio, un topo deve scegliere tra tre percorsi alternativi, che lo conducono a premere un pulsante. Solo premendo uno dei tre pulsanti verrà offerto al topo un pezzo di formaggio. Lungo i percorsi sono presenti una serie di stimoli alternativi. Sotto l'ipotesi che il topo si muova completamente a caso lungo il labirinto e non risponda agli stimoli presenti, calcolare la probabilità che effettuando l'esperimento su 5 topi

- nessuno riesca ad ottenere un pezzo di formaggio
- tutti riescano ad ottenere un pezzo di formaggio
- almeno due topi riescano ad ottenere un pezzo di formaggio

singolo topo $\longrightarrow$ 3 percorsi



$P(\text{formaggio}) = \frac{1}{3}$

$Ber\left(\pi = \frac{1}{3}\right)$ evento successo pulsante formaggio

$n = 5$ topi | ipotesi indipendenza

nr. topi che premono il pulsante verde $\sim bin\left(n = 5, \pi = \frac{1}{3}\right)$

$$P\left(\begin{array}{l}\text{0 topi}\\ \text{che premono}\\ \text{il verde}\end{array}\right) = \underbrace{\binom{5}{0}}_{=1}\underbrace{\left(\frac{1}{3}\right)^0}_{=1}\left(\frac{2}{3}\right)^5$$

$$P\left(\begin{array}{l}\text{5 topi}\\ \text{premono il}\\ \text{verde}\end{array}\right) = \underbrace{\binom{5}{5}}_{=1}\left(\frac{1}{3}\right)^5\underbrace{\left(\frac{2}{3}\right)^0}_{=1}$$

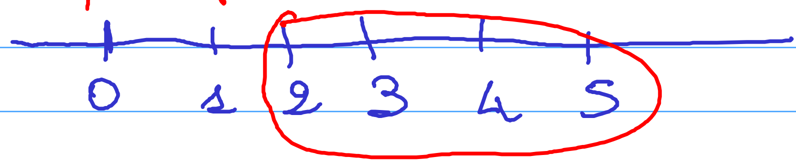
$$P\left(\begin{array}{c}\text{almeno 2}\\ \text{topi prendono}\\ \text{il verde}\end{array}\right) = P\left(\begin{array}{c}\text{2 topi}\\ \text{verde}\end{array}\right) + P\left(\begin{array}{c}\text{3 topi}\\ \text{verde}\end{array}\right) +$$

$$+ P\left(\begin{array}{c}\text{4 topi}\\ \text{verde}\end{array}\right) + P\left(\begin{array}{c}\text{5 topi}\\ \text{verde}\end{array}\right) =$$

$$= \binom{5}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^3 + \binom{5}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2 +$$

$$+ \binom{5}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^1 + \binom{5}{5}\left(\frac{1}{3}\right)^5\left(\frac{2}{4}\right)^0 =$$

$$\boxed{\Sigma \text{ prob.} = 1}$$



$$= 1 - P\left[\begin{array}{c}\text{0 topi}\\ \text{verde}\end{array} \cup \begin{array}{c}\text{1 topo}\\ \text{verde}\end{array}\right] =$$

$$= 1 - \left[\binom{5}{0}\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^5 + \binom{5}{1}\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]$$